

Problemi quantitativi e formali - Serie 2

SOLUZIONI

Soluzione 1: C

Nel corpo di un adulto ci sono $30 \cdot 10^{12}$ eritrociti. Entro 120 giorni, vengono tutti rinnovati. Questo significa che in un'ora solo una frazione di essi si forma di nuovo. Un giorno ha 24 ore.

$$30 \cdot 10^{12} \text{ eritrociti} / (120 \text{ giorni} \cdot 24 \text{ h})$$

$$\text{Calcolo da noi suggerito: } 30 / 120 = 1/4 = 0.25$$

$$0.25 / 24 \approx 0.01 = 10^{-2}$$

$$10^{-2} \cdot 10^{12} = 10^{10}$$

Soluzione 2: E

Prima di tutto, cerchiamo di capire cosa dobbiamo fare in questo compito: La persona meno intelligente, secondo la logica di cui sopra, è quella con il più piccolo termine di frazione di $\frac{\text{Massa cerebrale}}{\text{Peso corporeo}}$.

Suggerimento: Le unità di misura non hanno molta importanza in questo compito e frazioni come $1,4 / 60$ non sono molto comode da calcolare. Ti consigliamo di crearti una visione generale del problema paragonando le varie frazioni e cifre date.

Possiamo escludere direttamente due delle cinque opzioni di risposta. Il fisico non può essere la persona meno intelligente perché ha un peso corporeo più leggero del medico con la stessa massa cerebrale (quindi il suo termine di frazione è più grande) e il chimico non può nemmeno essere la persona meno intelligente perché ha un peso corporeo minore del procuratore con la stessa massa cerebrale. Quindi riduciamo il confronto a tre persone: il medico, lo statistico e il procuratore.

$$\text{- Medico: } \frac{\text{massa cerebrale}}{\text{peso corporeo}} = \frac{1400}{75} = \frac{56}{3} \approx 18.67$$

$$\text{- Statistico: } \frac{\text{massa cerebrale}}{\text{peso corporeo}} = \frac{1300}{50} = 26$$

$$\text{- Procuratore: } \frac{\text{massa cerebrale}}{\text{peso corporeo}} = \frac{1500}{90} = \frac{50}{3} \approx 16.67$$

Quindi la persona meno intelligente nella stanza è il procuratore.

Soluzione 3: C

Dopo 40 min (ore 16.20): 110%
 Dopo 80 min (ore 17.00): 121%
 Dopo 120 min (ore 17.40): 133.1%

Dopo 160 min (ore 18.20): 146.41%
 Dopo 200 min (ore 19.00): 161.051%

Attenzione: Gli orari indicati nella consegna non sono in successione lineare.

Soluzione 4: B

Conosciamo la densità del liquido 1 kg/dm^3 e anche g . Inoltre, la massa del liquido è nota. Ora si può calcolare il volume spostato $\rightarrow m_{\text{Liquido}} = V_{\text{Immerso}} * \rho_{\text{Liquido}}$
 quindi $V_{\text{Immerso}} = m_{\text{Liquido}} / \rho_{\text{Liquido}} = 2,6 \text{ kg} / 1 \text{ kg/dm}^3 = 2,6 \text{ dm}^3$.

Ora si aumenta la massa del 100%. Questo significa che bisogna raddoppiare la massa: $V_{\text{Immerso}} = 5,2 \text{ kg} / 1 \text{ kg/dm}^3 = 5,2 \text{ kg}$.

Soluzione 5: E

La pressione a 10 metri di profondità è due volte più grande che sulla terraferma, dove il sommozzatore riempie la sua bombola. Poiché la pressione e il volume sono inversamente proporzionali l'uno all'altro, il volume a 10 metri di profondità è quindi dimezzato. Perciò, per riempire il suo volume polmonare di 6 L, ha bisogno del doppio del volume a 10 m di profondità, cioè 12L di aria per respiro.

Soluzione 6: D

Prima di tutto, è certamente utile scrivere le relazioni di proporzionalità in forma di formula:

$$RSR \sim \text{Volume voxel} * \sqrt{\text{Tempo}}$$

Se vogliamo avere un *RSR* che sia due volte più grande, il termine $\text{Volume voxel} * \sqrt{\text{Tempo}}$ deve quindi anche raddoppiare. Dato che abbiamo il requisito aggiuntivo che il *volume voxel* deve essere dimezzato, $\sqrt{\text{Tempo}}$ deve essere quadruplicato per garantire questa condizione.

Così, risulta:

$\sqrt{\text{Tempo}}_{\text{nuovo}} = 4 * \sqrt{\text{Tempo}}_{\text{vecchio}}$, per avere la soluzione, bisogna eliminare la radice quadrata, risultando in

$$\text{Tempo}_{\text{nuovo}} = 16 * \text{Tempo}_{\text{vecchio}}$$

Soluzione 7: D

Affermazione I: Se il diametro si dimezza, anche il raggio si dimezza. Sotto al denominatore puoi quindi inserire $0,5 = 1/2$ per r .

$$r^4 = (1/2)^4 = 1/16$$

Semplificando la doppia frazione $1 / (1/16) = 16$ si vede che la resistenza aumenta 16 volte. L'affermazione è dunque sbagliata.

Affermazione II: Raddoppiando la densità e raddoppiando la lunghezza si ottiene $2 \cdot 2 = 4$. La resistenza aumenta di quattro volte. Affermazione pure falsa.

Dichiarazione III: L'allungamento del tubo (da 2 cm a 32 cm) corrisponde a un aumento di 16 volte. Il raggio si raddoppia. Mettendo i valori nell'equazione si ottiene nel numeratore 16, denominatore $2^4 = 16$. Poichè $16/16 = 1$, la resistenza totale rimane invariata. Dichiarazione quindi corretta.

Soluzione 8: A

Puoi risolvere questo problema in modo relativamente semplice moltiplicando tutte le quantità date nel problema insieme senza cambiare la loro forma:

$$65\% * \frac{1}{3} * \frac{1}{5} = 65\% / 15 \cong 4.3\%$$

Un'altra variante sarebbe quella di convertire tutto in frazioni prima, e solo dopo convertire il tutto in percentuali. Per prima cosa, scrivi 65% come frazione:
 $65/100 = 13/20$.

Ora puoi semplicemente moltiplicare tutte le frazioni esistenti insieme e scrivere il risultato nella forma numero / 100 per ottenere la percentuale desiderata:

$$\frac{13}{20} * \frac{1}{3} * \frac{1}{5} = \frac{13}{300} \cong \frac{4.3}{100}$$

La soluzione corretta è quindi la risposta A.

Soluzione 9: C

Qui devi trovare quale formula lascia solo una quantità. Non c'è modo di aggirare il detto "la prova del budino sta nel mangiare" (*davvero esiste questo detto?!*)

Per C vale:

$$\frac{1}{N \cdot S^4} \times \frac{1}{k} \times \frac{N \times k \cdot S^2}{1} \times \frac{S}{1}$$

$$= \frac{\cancel{N} \times \cancel{k} \cdot S^3}{\cancel{N} \times S^4 \times \cancel{k}} = \underline{\underline{\frac{1}{S}}}$$

Soluzione 10: E

Per prima cosa vogliamo calcolare quanti mg di principio attivo la paziente deve avere nel sangue. Per questo abbiamo bisogno di sapere quanto sangue ha la paziente in totale:

$$60\text{kg} * 60 \text{ mL/kg} = 3.6 \text{ L sangue}$$

Con queste informazioni possiamo calcolare la quantità minima di sostanza attiva nel sangue: $3.6 \text{ L} * 50 \text{ mg/L} = 180 \text{ mg}$

Poiché la quantità di principio attivo è più bassa immediatamente prima dell'assunzione della compressa successiva, vogliamo impostare un'equazione per la quantità di principio attivo nel sangue 6 ore dopo l'assunzione dell'ultima compressa.

x = mg di principio attivo in una compressa

Solo l'80% della quantità x arriva nel sangue e ($160 \text{ mg} / 2 =$) 80 mg del principio attivo viene escreto in 6 ore. Quindi la nostra equazione è:

$$x * 0.8 - 80 \text{ mg} = 180 \text{ mg} \rightarrow \underline{x = 325 \text{ mg}}$$

Soluzione 11: B

Puoi inserire i valori di x nella funzione e calcolare così i valori di y . Si tratta di verificarli uno dopo l'altro.

$$\text{Per } x = 1: y = 1/1 + 1 + (2/(1^2+2))^{-1} + 1 = 1+1+ (2/3)^{-1} + 1 = 3 + (3/2) = 4.5$$

$$\text{Per } x = 2: y = 1/2 + 2 + (2/(2^2+2))^{-1} + 1 = 0.5 + 2 + 6/2 + 1 = 6.5$$

$$\text{Per } x = 3: y = 1/3 + 3 + (2/(3^2+2))^{-1} + 1 = 1/3 + 3 + 11/2 + 1 = 2/6 + 18/6 + 33/6 + 6/6 = 59/6$$

Quindi B è corretta.

Soluzione 12: C

Analizziamo le opzioni di risposta una ad una.

A è corretta: se "t" è costante, allora "s" è proporzionale ad "a". Un raddoppio di "a" porta quindi a un raddoppio di "s".

B è corretta: la distanza coperta sarebbe proporzionale al tempo al quadrato.

C è sbagliata, perché un raddoppio del tempo porterebbe a una "s" quattro volte più grande se "a" rimanesse costante. Quindi, affinché "s" rimanga costante, si dovrebbe dividere l'accelerazione per quattro.

D è corretta: se “s” è costante, vale $a \sim 1/t^2$ (“s” in questo caso sarebbe solo un termine come $1/2$). La proporzionalità inversa potrebbe anche essere riconosciuta direttamente moltiplicando sia l'accelerazione che il tempo al quadrato sullo stesso lato della formula.

E è corretta: ragionamento analogo a quello dell'opzione di risposta (C).

$(3t)^2 = 9t^2$, “s” diventa quindi tre volte più grande di “t”, dunque corrisponde a nove volte.

Soluzione 13: B

Qui si tratta semplicemente di provare. Cioè, inserire le rispettive unità per ogni formula e cercare di risolverla. È così che si scopre quale formula risulta in L $[\text{kg} * \text{m}^2 * \text{s}^{-1}]$.

Soluzione 14: B

L'esercizio chiede la *massima* percentuale possibile. Ciò significa che si deve assumere il caso sfavorevole della maggiore sovrapposizione possibile dei due test. In questo caso, ciò significa che tutte le persone che possono essere diagnosticate nell'ECG mostrano anche i sintomi di un infarto nelle analisi di laboratorio. Quindi il 10% delle persone con infarti non viene rilevato né dalle analisi di laboratorio né dall'ECG. Poiché il 5% della popolazione ha un attacco di cuore, il 10% di questo 5% = 0,5% delle persone non può essere diagnosticato un attacco di cuore né con l'ECG né in laboratorio.

Se l'esercizio avesse chiesto la *minima* percentuale possibile, la soluzione sarebbe stata 0%, poiché allora la diagnosi corretta potrebbe essere fatta per tutte le persone con infarto.

Soluzione 15: D

Per prima cosa calcoliamo quanto volume occupa una compressa:

20 compresse occupano $50 - 15 = 35$ mL. Pertanto, una compressa occupa 1,75 mL ($35 \text{ mL} / 20 \text{ compresse} = 7/4 = 1,75 \text{ mL} / \text{ compressa}$).

Ora dobbiamo calcolare quanto è pesante una compressa. Poiché 1 cm^3 è esattamente uguale a un mL (perché $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$), il peso è abbastanza semplice da calcolare:

$$1,75 \text{ cm}^3 * 2 \text{ g/cm}^3 = 3,5 \text{ g}.$$

Quindi la risposta corretta è D.

Soluzione 16: C

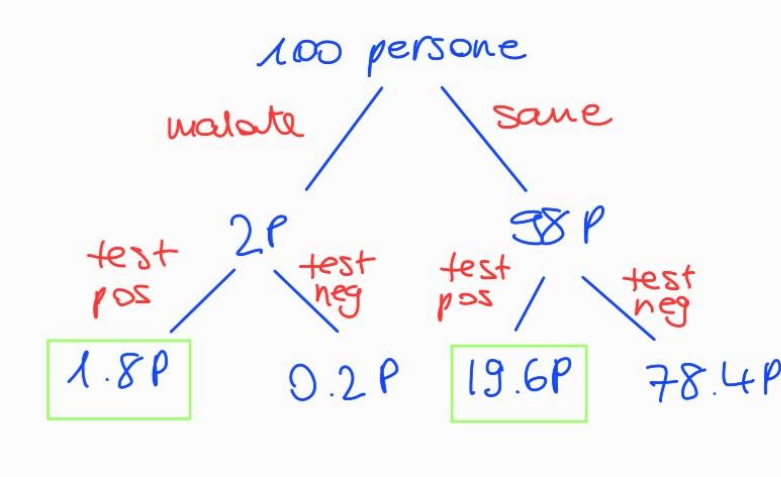
Calcola le due aree circolari trasversali. Per l'arteria: $20 \mu\text{m} / 2 = r$, $r^2 = 100 \mu\text{m}^2$ e questo per π , dà circa $300 \mu\text{m}^2$. La stessa procedura per la vena. Qui devi ancora calcolare il diametro, moltiplicando $20 \mu\text{m} \times 2$, ma dato che abbiamo bisogno della metà per il raggio, questo passo può essere omesso. La sezione trasversale della vena = $20 \times 20 \mu\text{m} = 400 \mu\text{m}^2$ e ancora per π , dà circa $1'200 \mu\text{m}^2$.

Ora dobbiamo risolvere l'equazione per la velocità di flusso della vena e poi semplicemente inserire i valori.

velocità del flusso 2 = (area trasversale 1 x velocità del flusso 1) / area trasversale 2
 = $(0,000003 \text{ cm}^2 \times 20 \text{ cm/s}) / 0,000012 \text{ cm}^2 = 5$.

Soluzione 17: D

Per questo tipo di esercizi, può essere d'aiuto disegnare un albero delle probabilità:



Il 2% di tutti gli uomini ne è affetto. Quindi su 100 persone, 2 sono malate e le altre 98 sono sane. Delle 2 persone malate, il 90% risulta correttamente positivo al test. Questo corrisponde a 1,8 persone. Il restante 0,2 persone è falsamente negativo al test. Delle 98 persone sane, il 20%, cioè 19,6 persone, risulta falsamente positivo. Le restanti 78,4 persone sono risultate correttamente negative al test.

Il calcolo da fare è dunque il seguente:

$$\frac{\text{veri positivi}}{\text{veri positivi} + \text{falsi positivi}} = \frac{1.8}{1.8 + 19.6} * 100 \approx 12 \%$$

Soluzione 18: B

Per prima cosa bisogna calcolare quanto sodio c'è in una persona di 70 kg. Quindi si calcola $70 * 1,5 \text{ g} = 105 \text{ g}$. Poi si calcola quante moli di sodio sono presenti. Per questo calcoliamo $105 \text{ g} / 22,9898 \text{ g/mol}$ (arrotondare il numero g/mol).

→ $105 \text{ g} / 23 \text{ g/mol} = 4,565 \text{ mol}$. Infine, bisogna moltiplicare 4,565 mol con il numero di Avogadro.

Soluzione 19: A

Il volume della piscina è $25 \times 10 \times 2 \text{ m}^3 = 500 \text{ m}^3 = 500'000 \text{ dm}^3$.

Poiché $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$, la piscina ha una capacità di $500'000 \text{ L}$.

L'acqua inizia a defluire solo a partire da un livello di $1,5 \text{ m}$. Questo corrisponde a un riempimento del 75% (poiché $1,5 \text{ m} / 2 \text{ m} = 0,75$), quindi $500'000 \text{ L} \times 0,75 = 375'000 \text{ L}$.

Parte 1 senza scarico:

$$\frac{375'000 \text{ L}}{70 \frac{\text{L}}{\text{min}}} \approx 5'350 \text{ min} (5'357 \text{ min}) \approx 90 \text{ h} (89\text{h})$$

Qui, per semplificare il calcolo, è stato calcolato $374'500 / 70$ oppure $5'400 / 60$.

Parte 2 con scarico:

$$70 \frac{\text{L}}{\text{min}} * x - \frac{6}{60} \frac{\text{L}}{\text{min}} * x = 125'000 \text{ L}$$

$$(70 - 0,1) \frac{\text{L}}{\text{min}} * x = 125'000 \text{ L}$$

$$x = \frac{125'000 \text{ L}}{69,9 \frac{\text{L}}{\text{min}}} \approx 1'800 \text{ min} (1'788 \text{ min}) = 30 \text{ h}$$

Qui, per semplificare il calcolo, è stato calcolato $126'000 / 70$.

Insieme (Parte 1 + Parte 2):

$$90 \text{ h} + 30 \text{ h} = \underline{120\text{h}}$$

Nota bene: qui le opzioni di risposta sono abbastanza differenti tra loro. Puoi quindi arrotondare generosamente per facilitare i calcoli e risparmiare tempo.

Soluzione 20: D

Conosciamo le seguenti grandezze: $v_{\text{ambulanza}} = 40 \text{ km/h}$; $v_{\text{persona}} = 0 \text{ km/h} = 0 \text{ m/s}$;
Velocità del suono $c = 300 \text{ m/s}$; $f_{\text{ambulanza}} = 1'000 \text{ Hz}$.

Vogliamo scoprire f' , cioè la frequenza percepita dalla persona svenuta. Per poter inserire i valori nella formula sopra, dobbiamo dare alle velocità la stessa unità di misura, cioè convertire 40 km/h in m/s . Per fare questo, dobbiamo dividere 40 km/h per $3,6$. Questo dà $11,11 \text{ m/s}$. Ora mettiamo questo nella formula:

$f' = 1'000 \text{ Hz} / (1 - (11\text{m/s} / 300\text{m/s}))$. Se calcoliamo questo, otteniamo circa $1'038 \text{ Hz}$.

Presta attenzione a non arrotondare a troppe cifre decimali in questo compito.